



**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
COLÉGIO MILITAR DE CURITIBA**

TESTE ESCRITO DA SELEÇÃO ESPECIAL PARA O SERVIÇO MILITAR TEMPORÁRIO

ESPECIALIDADE: MATEMÁTICA

DATA: 19/09/2022

INÍCIO DO TESTE: 14h 30min

TÉRMINO DO TESTE: 17h 30min

RECOMENDAÇÕES AO CANDIDATO

1. O tempo de duração do teste é de 3 (três) horas, no qual, além de resolver os itens do CADERNO DE QUESTÕES, o candidato deverá preencher a FOLHA-RESPOSTA.
2. O Preenchimento da FOLHA-RESPOSTA deverá ser realizado com CANETA AZUL OU PRETA, sendo proibido o uso de corretivo.
3. A rasura ou o preenchimento incorreto da FOLHA-RESPOSTA ocasionará a anulação do item respectivo no qual o candidato incorreu em erro.
4. O candidato deverá marcar na FOLHA-RESPOSTA a opção julgada por ele correta conforme o exemplo abaixo:



5. NÃO haverá substituição de FOLHA-RESPOSTA.
6. Ao final do tempo de duração da prova, o candidato somente poderá se retirar do local após entregar o CADERNO DE QUESTÕES e a FOLHA-RESPOSTA corretamente preenchida e assinada. Ambos deverão ser entregues ao fiscal de prova.
7. CONFIRA e VERIFIQUE se todas as páginas estão corretamente impressas. Esta prova compõe-se de 40 ITENS.
8. A saída da sala somente será permitida após transcorridos 60 minutos do início da prova.

NOME DO (A) CANDIDATO (A): _____

IDENTIDADE DO (A) CANDIDATO (A): _____

Assinatura do (a) Candidato (a)

ESCOLHA A ÚNICA RESPOSTA CERTA, ASSINALANDO-A COM UM “X” NOS PARÊNTESES À ESQUERDA.

01. Uma pesquisa dentro de um colégio militar envolveu 150 alunos e foram obtidos os seguintes dados: 90 alunos irão prestar a prova para a EsPCEEx (ESCOLA PREPARATÓRIA DE CADETES DO EXÉRCITO), 75 alunos irão prestar a prova para o IME (INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA) e 50 alunos irão prestar as duas provas. Considerando estes dados, é correto concluir que o número de alunos que não irão prestar nem a prova da EsPCEEx e nem do IME é:

- (A) 30
- (B) 35
- (C) 40
- (D) 45

02. Quantos números inteiros entre 1 e 10.000 são divisíveis por 2 ou por 5?

- (A) 4.000
- (B) 5.000
- (C) 6.000
- (D) 7.000

03. Considere a circunferência λ de equação cartesiana:

$$\lambda: x^2 + y^2 = 4$$

As equações cartesianas para as retas que passam pelo ponto (4,0) e são tangentes à circunferência λ , são:

- (A) $y = \frac{-1}{\sqrt{3}}(x - 4)$ e $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(x - 4)$
- (B) $y = \frac{-1}{\sqrt{2}}(x - 4)$ e $y = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 4)$
- (C) $y = \frac{-1}{\sqrt{5}}(x - 4)$ e $y = \frac{1}{\sqrt{5}}(x - 4)$
- (D) $y = -x + 4$ e $y = x - 4$

04. A circunferência $\lambda: x^2 + y^2 - 4x - 10y + 13 = 0$, de centro C, e a reta $r: x + y - 11 = 0$ se interceptam nos pontos P e Q. A área do triângulo PCQ, em unidades de área, é:

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 8

05. Se X e Y são números naturais tais que $X^2 - Y^2 = 97$, então o valor de $X^2 + Y^2$ é:

- (A) 9.410
- (B) 4.705
- (C) 941
- (D) 6.305

06. Em uma divisão, a soma do resto r , divisor d e dividendo D é 148. Se o quociente é 3 e o resto é o maior valor possível, qual o valor da soma do dividendo com o resto?

- (A) 123
- (B) 48
- (C) 49
- (D) 124

07. Foi confeccionada a maquete de um centro de esportes aquáticos na escala 1:400. Para simular água de uma piscina, em formato de paralelepípedo reto retângulo, o modelo foi preenchido com 10 mililitros de um gel transparente. A capacidade real dessa piscina, em litros, é de:

- (A) 640.000
- (B) 400.000
- (C) 580.000
- (D) 1.200.000

08. Um pai deseja dividir R\$ 1.400,00 entre seus dois filhos de 8 e de 12 anos, em quantias diretamente proporcionais às suas idades. Quanto cada filhorecebera?

- (A) R\$ 560,00 e R\$ 840,00
- (B) R\$ 500,00 e R\$ 900,00
- (C) R\$ 660,00 e R\$ 740,00
- (D) R\$ 600,00 e R\$ 800,00

09. Uma indústria que produz um tipo de lâmpada tem lucro mensal, em milhares de reais, dado por $L(x) = -x^2 + Dx + E$, em que x é a quantidade vendida desse tipo de lâmpada em milhares de unidades. Sabendo que a indústria tem lucro apenas quando vende entre 4 mil e 10 mil unidades, e prejuízo na venda de outras quantidades, qual é o lucro máximo mensal?

- (A) 5.000,00
- (B) 6.500,00
- (C) 7.000,00
- (D) 9.000,00

10. Há duas retas tangentes à parábola $y = x^2 - 6x$ e passam pelo ponto (8,15). O produto das inclinações dessas duas retas é igual à:

- (A) 48
- (B) 64
- (C) 90
- (D) 96

11. João esqueceu sua senha do banco. O que ele lembra é que sua senha possui 4 dígitos e é confeccionada com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5. Pelo fato de João ter nascido no dia 12/12, resolveu não colocar o número 12 na sua senha. A probabilidade de João acertar a senha na primeira tentativa é de:

- (A) $\frac{1}{1296}$
- (B) $\frac{1}{1188}$
- (C) $\frac{1}{1189}$
- (D) $\frac{1}{1187}$

12. Um jogador de futebol, ao cobrar uma falta, de uma certa posição, tem probabilidade de 60% de acertar o gol. Se ele realizar 4 chutes consecutivos ao gol, dessa mesma posição e considerando que os chutes são realizados de forma independentes, a probabilidade de ele acertar o gol, exatamente 3 vezes, é de:

- (A) 34,56%
- (B) 17,28%
- (C) 8,64%
- (D) 69,12%

13. Dentre os princípios fundamentais da geometria, encontramos conceitos que não possuem uma origem específica, mas são constituídos de premissas consideradas evidentes e verdadeiras. Dentre os conceitos que fundamentam os princípios geométricos, abaixo apresentados, marque a alternativa correta:

- I. Qualquer proposição que seja consequência de proposições anteriores pode ser classificada como teorema.
- II. Axioma é o conjunto de proposições que admitimos como verdadeiras.
- III. Conceito primitivo é um conceito primeiro cuja impossibilidade de defini-lo é evidente, posto que não existe nenhum outro conceito anterior.
- IV. O teorema constitui-se de duas partes essenciais: hipótese e tese.

- (A) somente I é verdadeiro.
- (B) I e II são verdadeiros.
- (C) I, II e IV são verdadeiros.
- (D) todas as alternativas são verdadeiras

14. Dadas as seguintes proposições:

- I. O espaço é o conjunto de todos os pontos.
- II. Três pontos distintos no espaço, não colineares, determinam um e somente um plano.
- III. Por três pontos distintos no espaço, colineares, passam infinitos planos
- IV. Se dois pontos estão distintos no espaço, podemos afirmar que por eles passam infinitos planos

Marque a alternativa correta

- (A) I e II são verdadeiras.
- (B) Existem duas proposições verdadeiras e duas falsas.
- (C) Existem três proposições verdadeiras e uma falsa.
- (D) todas são verdadeiras.

15. David Hilbert (1862 a1943) foi um matemático alemão notável, sendo os tópicos de suas pesquisas fundamentais em diversos ramos da matemática atual. Suas contribuições à matemática são diversas e envolvem a consolidação da teoria dos invariantes, que foi o objeto de sua tese, a transformação da geometria euclidiana em axiomas, com uma visão mais formal que Euclides, dentre outras contribuições. (Adaptado:https://pt.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert).

Assinale a alternativa correta que representa o sistema axiomático proposto pelo matemático alemão David Hilbert:

- (A) axiomas de dissociação, paralelismo, continuidade, semelhança e distribuição
- (B) axiomas de dissociação, paralelismo, continuidade, semelhança e ordenação
- (C) axiomas de associação, simetria, descontinuidade, semelhança e distribuição
- (D) axiomas de associação, simetria, continuidade, congruência e distribuição

16. O lado de um quadrado circunscrito em uma circunferência mede 8 cm. O produto do lado do quadrado inscrito, na mesma circunferência, pela medida da diagonal do quadrado circunscrito é igual a metade de:

- (A) 2^6
- (B) 2^7
- (C) 2^8
- (D) 2^9

17. A Impressão 3D, também conhecida como prototipagem rápida, é uma forma de tecnologia de fabricação onde, a partir de um modelo tridimensional desenvolvido através da injeção de material plástico, molda o modelo criado no computador (adaptado de: <<https://fia.com.br/blog/impressao-3d/>>). Nesse contexto, para a realização de um determinado projeto, uma impressora 3D foi programada para construir três moldes: um quadrado (Figura A), uma circunferência (Figura B) e um hexágono (Figura C). Sabendo que o hexágono (Figura C) é inscrito na circunferência (Figura B), a circunferência é inscritível no quadrado (Figura A), e que a soma das áreas das três figuras (A, B e C) é igual a $973,5 \text{ cm}^2$, calcule o raio aproximado da circunferência. (adote $\pi = 3,14 \text{ cm}$, $\sqrt{3} = 1,73 \text{ cm}$)

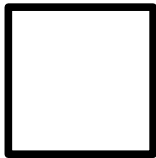


Figura A

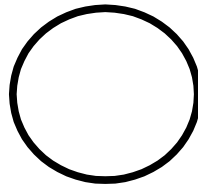


Figura B

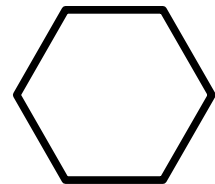


Figura C

- (A) 10 cm
- (B) 100 cm
- (C) $10\sqrt{3}$ cm
- (D) $5\sqrt{3}$ cm

18.



Disponível em <https://www.fab.mil.br/noticias/mostra/31096>

A figura acima representa a linha de montagem de fuselagem de aeronaves. As peças utilizadas nessa linha são moldadas no formato de circunferência e triângulos escalenos, por meio do corte de chapas quadrangulares (Figura A), cuja medida da área é de $4,0 \text{ m}^2$. Sabendo que uma aeronave militar utiliza, em seu nariz, uma peça no formato de circunferência (Figura B), cujo raio mede 1 metro, e que o resto de material que foi utilizado (Figura C), após o corte da circunferência, é novamente fundido e reaproveitado para a fabricação de peças triangulares (figura D) de dimensões 0,4 m, 0,6 m e 0,8 m. A quantidade máxima de chapas triangulares (Figura D) que podem ser produzidas com a sobra do corte de uma chapa quadrangular (Figura A) é de aproximadamente: (considere: $\pi = 3,14 \text{ cm}$; $\sqrt{3} = 1,7$ e $\sqrt{5} = 2,2$)

Figura A	Figura B	Figura C	Figura D

- (A) 7 chapas triangulares
- (B) 10 chapas triangulares
- (C) 12 chapas triangulares
- (D) n.d.a.

19. Dadas as seguintes proposições:

- I. Retas coplanares que não tem ponto comum são chamadas de retas paralelas distintas
- II. Dois planos distintos que têm uma reta em comum são chamados planos secantes
- III. Quando dois planos distintos são paralelos, qualquer reta de um deles é paralela aoutro
- IV. Para que uma reta seja perpendicular a um plano é necessário e suficiente que ela seja perpendicular a duas retas concorrentes desse plano no ponto de intersecção
- V. Se uma reta r e um plano α são ambos perpendiculares a um plano β , a reta r está contida no plano α ou é paralela ao plano β

Marque a alternativa correta:

- (A) I e II são verdadeiras
 - (B) I, II e III são verdadeiras
 - (C) todas são falsas
 - (D) todas são verdadeiras
20. Em um poliedro convexo, o número de vértices corresponde a três quintos do número de arestas e o número de faces é seis unidades a menos do que o de vértices. Respectivamente o número de vértices, arestas e faces deste poliedro são:
- (A) 20, 32, 14
 - (B) 18, 32, 16
 - (C) 16, 24, 10
 - (D) 24, 40, 18

21.



Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bola_de_futebol>

A Copa de 1970, no México, marcou a história das bolas de futebol. Escolhida pela FIFA como a fornecedora oficial de seus torneios oficiais, a empresa Adidas inspirou-se na estrutura das cúpulas geodésicas de Buckminster Fuller para obter a maior esfericidade possível, utilizando 32 gomos (12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais) para formar um icosaedro truncado. No ano de 1958, ano em que o Brasil conquistou o seu primeiro título mundial, a bola apresentava 24 gomos (8 faces pentagonais e 16 faces hexagonais), também no formato de um poliedro convexo (adaptado de: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bola_de_futebol>). Conforme as informações apresentadas no texto, a quantidade de vértices que possuía a bola utilizada no primeiro título mundial do Brasil é de:

- (A) 40
 - (B) 42
 - (C) 44
 - (D) 46
22. O paralelepípedo é um sólido geométrico estudado na Geometria Espacial e presente no nosso cotidiano. Caixas, alguns prédios e vários outros objetos possuem formato de paralelepípedo. Para que um sólido geométrico seja considerado paralelepípedo, precisa possuir faces formadas por paralelogramos — faces possuindo formato de retângulos, quadrados ou losangos. (adaptado de: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/paralelepipedos.htm>>). O valor da medida da diagonal de um paralelepípedo reto retangular de dimensões 20cm, 12cm e 16 cm, é iguala:
- (A) $20 \cdot \sqrt{2}$
 - (B) $10 \cdot \sqrt{2}$
 - (C) $15 \cdot \sqrt{3}$
 - (D) $12 \cdot \sqrt{3}$
23. Prisma é um poliedro cujas bases são duas regiões poligonais congruentes e paralelas. Suas faces laterais são regiões em forma de paralelogramo. Ou seja, um prisma é um poliedro com duas faces congruentes e paralelas, cujas demais faces são paralelogramos (adaptado: <<https://www.infoescola.com/geometria-espacial/prisma>>). Dado um prisma hexagonal regular, a aresta da base mede 6cm e a aresta da face lateral mede 10cm. O valor da diferença do volume e da área total do prisma é:
- (A) $432 \cdot \sqrt{3} - 360$
 - (B) $332 \cdot \sqrt{3} - 360$
 - (C) $222 \cdot \sqrt{3} - 180$
 - (D) $252 \cdot \sqrt{3} - 180$

24. O concreto é uma ótima alternativa a ser utilizada em construções. Com avanços na tecnologia, na área da Engenharia Civil, tubos de concreto demonstram ser mais eficientes do que os feitos de outros materiais, como o plástico, quando se trata de soluções para esgotamento sanitário (adaptado: <<https://inovaconcreto.com.br/blog/tubos-de-concreto-na-sua-obra>>). Um cano de concreto tem 70 cm de comprimento e 10 cm de raio, sendo sua região interna útil de 6 cm de raio. O volume aproximado de concreto, utilizado na espessura do cano, para confeccionar 3 canos desse tipo é? (considere $\pi = 3,14$).

- (A) 14.067,2 cm³
- (B) 42.201,6 cm³
- (C) 44.067,2 cm³
- (D) 46.098,8 cm³

25. Quando Rafael completou 18 anos, foi ao banco para realizar uma aplicação de R\$ 10.200,00. O gerente do banco lhe deu duas opções de aplicação: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). O gerente explicou a Rafael que se ele opta-se pela poupança, teria um taxa de rendimento mensal de 0,065, já inclusa a Taxa de Referência (TR) e estaria isento do Imposto de Renda. Caso opta-se pelo CDB, teria um rendimento mensal de 0,0876, porém pagaria mais 4% de Imposto de Renda sobre o valor ganho. Para Rafael, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- (A) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 10.863,00.
- (B) a poupança, pois totalizará juros no valor de R\$ 721,78
- (C) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 11.857,78.
- (D) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 11.057,78.

26. Hoje em dia são ofertadas basicamente duas modalidades de investimento: os títulos de renda fixa e os de renda variável. Nos títulos de renda fixa, você já sabe como será a dinâmica de remuneração do seu investimento. Por isso, essas aplicações são mais recomendadas para quem tem baixo apetite ao risco e possui um perfil mais conservador. Já na renda variável, é mais difícil prever o desempenho das suas aplicações, devido às oscilações do mercado. Os produtos que se enquadram nessa modalidade são mais voláteis e apresentam mais risco. Em contrapartida, podem apresentar rentabilidades bem mais atrativas e, assim, são mais indicados para investidores de perfil agressivo. Sendo você um investidor de perfil mais conservador, resolveu realizar uma aplicação a juros compostos de um capital de R\$ 80.000,00, à taxa de 2% a.m. Ao final de 2 meses, o montante obtido desta aplicação foi de: (para fins de cálculo considere 02 casas decimais):

- (A) R\$ 83.200,00.
- (B) R\$ 83.300,00.
- (C) R\$ 73.500,00
- (D) R\$ 73.200,00.

27. Dada a função polinomial f , definida na variável x , tal que $f(x) = x^2 + x + 1$, marque a única alternativa abaixo que contém a resposta para $f(f(-1))$.

- (A) 1
- (B) 2
- (C) -1
- (D) 3

28. Dados os polinômios $f = y$, $g = y + y^3$ e $t = 2y^3 + 5y$, definidos na variável real y , determine o valor da expressão $g(a) \cdot t(b)$, sabendo que $t = af + bg$ (sendo a e b números reais).

- (A) 690
- (B) 162
- (C) 780
- (D) n.d.a

29. A respeito do grau do polinômio p (definido na variável x), tal que

$$p = 1 + 5x - 3x^2 + (a - 4)x^3, \text{ é correto afirmar que:}$$

- (A) o grau é 1, para qualquer valor de a
- (B) o grau do polinômio p é 2 para qualquer valor de a
- (C) o grau do polinômio p é 3
- (D) Se $a = 4$ então o grau do polinômio p é 2

30. Qual é a posição do primeiro termo negativo da Progressão Aritmética (PA) 60, 53, 46, ... ?

- (A) 9
- (B) 1
- (C) -1
- (D) -2

31. Considere uma Progressão Geométrica (PG), cujo primeiro termo é a_1 e razão q . Classifique as sentenças abaixo como verdadeiras (V) ou falsas (F):

- () Se $a_1 > 0$ e $q > 0$, então todos os termos da PG são negativos;
- () Se $q < 0$ e $a_1 \neq 0$, então a PG é classificada como alternada;
- () Se a PG for constante, então pode ser classificada como estacionária;
- () Se $q > 0$, a PG é classificada como crescente;

Marque a alternativa abaixo que contém a sequência correta de sentenças verdadeiras e falsas:

- (A) F-V-F-V
- (B) V-V-F-F
- (C) F-V-F-F
- (D) F-V-V-F

32. Os três primeiros termos de uma Progressão Geométrica (PG) são: $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = \sqrt[3]{2}$, $a_3 = \sqrt[6]{2}$. Marque a opção abaixo que apresenta o quarto termo dessa PG.

- (A) 2
- (B) 1
- (C) 0
- (D) $\sqrt[8]{2}$

33. No Colégio Militar de Curitiba (CMC) os alunos estão acostumados a realizar os deslocamentos de forma organizada. Além disso, em cada sala de aula existe um aluno chefe e um aluno subchefe, que possuem atribuições de controle, limpeza, auxílio ao professor, etc. A professora de arte irá levar os alunos da sala de aula para a sala de arte. Para realizar este deslocamento, a professora exigiu que o chefe organizasse uma fila de alunos. Sabendo que a fila conterà 20 alunos, no total, e que o chefe e o subchefe deverão estar sempre juntos na fila, determine de quantas formas diferentes essa fila poderá ser organizada.

- (A) 20!
- (B) 18!
- (C) $2! + 19!$
- (D) n.d.a

34. O Colégio Militar de Curitiba (CMC) está preparando o processo de seleção de Oficiais Técnicos Temporários para 2023. Para isso, tem que montar as comissões avaliadoras. O diretor do CMC determinou que cada comissão deve ser composta por 5 professores, sendo 3 homens e 2 mulheres. No CMC temos 10 professores de Matemática e 5 professoras, da mesma disciplina. De quantas maneiras diferentes o CMC pode formar comissão examinadora de Matemática - 2023?

- (A) 740
- (B) 130
- (C) 1200
- (D) 14400

35. Seja A uma matriz quadrada de ordem 2, tal que $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$. Determine a matriz B, tal que $B = A^2 + 2A - 11.I$, sendo I é a matriz identidade de ordem 2.

Marque a opção abaixo a respeito da matriz B:

- (A) B é uma matriz linha
- (B) B é uma matriz coluna
- (C) B é uma matriz diagonal
- (D) n.d.a

36. A respeito do assunto Matrizes, marque a única alternativa incorreta:

- (A) A multiplicação de matrizes apresenta a propriedade associativa.
- (B) A multiplicação de matrizes apresenta a propriedade distributiva, à esquerda ou à direita, em relação à adição de matrizes.
- (C) A multiplicação de matrizes não apresenta a propriedade comutativa.
- (D) Quando as matrizes A e B são tais que $A.B = B.A$, dizemos que A e B comutam.

37. Dada as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, marque abaixo a alternativa que possui a matriz X de ordem 2, tal que $(X.A)^{-1} = B$.

(A) $X = \begin{bmatrix} 1 & -18 \\ 55 & 165 \\ 2 & 19 \\ 55 & 165 \end{bmatrix}$

(B) não é possível calcular X pois a matriz B não é inversível.

(C) $X = \frac{1}{165} \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 10 & 15 \end{bmatrix}$

(D) não é possível calcular X pois não é uma matriz inversível.

38. Relacione a coluna da esquerda com a da direita:

1. Sistema não linear	() $\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ y + z = 5 \\ 2z = 4 \end{cases}$
2. Sistema linear não escalonado	() $\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x - y - 2z = -4 \end{cases}$
3. Sistema linear escalonado possível e determinado.	() $\begin{cases} x - y + z = 4 \\ 5y - 2z = -12 \end{cases}$
4. Sistema linear escalonado possível e indeterminado.	() $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ xy = 1 \end{cases}$
5. Sistema linear escalonado impossível.	() $\begin{cases} x + 4y = -8 \\ -13y = 39 \\ 0y = -6 \end{cases}$

Marque a única alternativa abaixo que contém a sequência correta da coluna da direita:

- (A) 1-4-2-5-3
- (B) 3-2-4-1-5
- (C) 1-2-3-4-5
- (D) 3-5-4-1-2

39. Seja a função f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

Marque a alternativa correta para $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

- (A) 1
- (B) 3
- (C) -1
- (D) indeterminado

40. Marque abaixo o resultado da derivada de $f(x) = \sqrt[3]{x}$ em $x_0 = 0$.

- (A) $+\infty$
- (B) 0
- (C) não existe
- (D) n.d.a